

יערפוט אהי כיתת האט זח האחקרת!!

מבחן גמר במתמטיקה

משך המבחן 3½ שעות. אין להשתמש במחשבוניים!

אין לצאת ב-45 הדקות האחרונות של המבחן!

יש לפתור שתיים מהשאלות 1-3, אחת מהשאלות 4-5, שאלה 6, ושתיים מהשאלות 7-9!

תיבדקנה רק התשובות הראשונות בכל מקבץ של שאלות בחירה!!!

סעיפים שונים באותה שאלה שווים בניקודם עד כדי נקודה, אלא אם רשום אחרת!

בכל שאלה חובה למצוא את כל התשובות. חובה לנמק כל תשובה ולפשטה ככל הניתן!

כל נוסחה שנעשה בה שימוש ואינה מופיעה בדף הנוסחאות – חייבת הוכחה!

כל משפט בגיאומטריה המישור שנעשה בו שימוש ושאינו מופיע ברשימת המשפטים - חייב הוכחה!

שאלה 1 (15%)

נתונות $A(3, 0, -1), B(2, 4, 5), C(-3, 2, 2), D(0, 1, -1)$ נקודות במרחב.

4% א. הוכח שהנקודות אינן קופלנריות, כלומר, לא נמצאות במישור אחד.

4% ב. מצא נקודה סימטרית לנקודה D ביחס למישור ABC.

4% ג. רשום את משוואת המישור העובר דרך נקודות A, B ומכיל ישר המקביל לישר CD.

3% ד. מה נפח הפירמידה ABCD ?

שאלה 2 (15%)

הקשת הקטנה של המעגל בעלת α° נשענת על מיתר AB.

דרך אמצע C של הקטע AB מעבירים מיתר DE כך ש- $DC : CE = 1 : 3$.

10% א. הוכח כי $\sin \angle DCA = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}$.

5% ב. עבור אילו ערכים של α יש לבעיה פתרון?

שאלה 3 (15%)

8% א. עבור אילו ערכים של m יש למשוואה $(m-1)x + 2(m-3)\sqrt{x} + m = 2$ פתרון ממשי אחד?

7% ב. עבור אילו ערכים של m אין לאי-שוויון $|x^2 - 2x - 3| + 2 \leq m$ פתרונות ממשיים? הסבר כל שלב.

* * * * *

שאלה 4 (15%)

9% א. בסדרה גיאומטרית a_1, a_2, \dots, a_n נסמן עבור כל k אי-זוגי

$$\begin{cases} A_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k \\ B_k = a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_k \\ C_k = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + \dots + a_k^2 \end{cases}$$

(1) הוכח כי $A_k \cdot B_k = C_k$.

(2) הוכח כי $\frac{1}{2} a_1 (A_{2n-1} + B_{2n-1}) = C_n$.

(3) האם אחת מהנוסחאות נכונה עבור k זוגי? נמק!

6% ב. הוכח שלכל $n \geq 3$ טבעי מתקיים $\frac{n+1}{n} + \frac{n+2}{n+1} + \frac{n+3}{n+2} + \dots + \frac{2n+1}{2n} > n + \frac{1}{n} + \frac{8}{5}$

שאלה 5 (15%)

פתור $\sin^4 3x + \sin^4 \left(\frac{\pi}{4} + 3x \right) = \frac{1}{4}$ בקטע $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

שאלה 6 (15%) - שאלת חובה!

פירמידה משולשת SABC חסומה בכדור.

בסיס הפירמידה הוא משולש שווה-שוקיים ABC שבו $AB = AC$.

SA מאונך למישור הבסיס ונתון כי $AS = a$.

הזווית בין הפאות SAB ו-SAC היא α והזווית בין הפאה SBC ומישור הבסיס היא β .

3% א. סמן בציור המתאים את הזוויות α ו- β (נמק).

4% ב. מצא את רדיוס המעגל החוסם את משולש הבסיס.

4% ג. יהיו: E - אמצע AS, O - מרכז הכדור החוסם את הפירמידה, O_1 - מרכז המעגל החוסם את הבסיס.

הוכח כי EOO_1A מלבן.

4% ד. חשב את רדיוס הכדור החוסם את הפירמידה.

* * * * *

שאלה 7 (20%)

נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{ax^2 + 4x + 1}{x^2 + 1}$

4% א. מצא את a אם האסימפטוטה לגרף הפונקציה חותכת את גרף הפונקציה בנקודה הנמצאת על ציר Y. (תש. $a = 1$)

10% ב. חקור את הפונקציה כאשר $a = 4$.

(1) תחום הגדרה.

(2) נקודות משותפות עם הצירים.

(3) אסימפטוטות.

(4) תחומי עליה וירידה ונקודות קיצון.

(5) צייר רשומת (סקיצה) של הגרף.

6% ג. מצא את שטח התחום החסום על ידי ציר X וע"י גרף הפונקציה

$y = \left| \sin \left(\frac{\pi}{3} + x \right) + \cos \left(\frac{\pi}{6} + x \right) \right|$ בקטע $0 \leq x \leq 2\pi$.

שאלה 8 (20%)

10% א. מצא את המרחק הקצר ביותר מנקודה $(-3, 0)$ לנקודות המעגל $x^2 + 10x + y^2 - 2y + 6 = 0$.

10% ב. מצא את המקדמים של הפולינום $x^5 + ax^3 + bx^2 + cx + d$

אם לאחר חלוקתו ב- $(x^2 - 1)^2$ מתקבלת שארית 1.

שאלה 9 (20%)

10% א. $x + 2y = 7$ היא משוואת המיתר AB (A יותר רחוקה מציר X) לאליפסה $x^2 + 4y^2 = 25$. מצא נקודה C, על מיתר AB, כך ש- $AC:CB = 2:1$.

10% ב. על ספסל 8 מקומות ישיבה. בכמה אופנים ניתן להושיב 3 נשים ו-2 גברים

(1) ללא הגבלה. (2) שני הגברים לא ישבו על כסאות סמוכים זה לזה.

בהצלחה!

(2)

$$A(3, 0, -1)$$

$$B(2, 4, 5)$$

$$\vec{CD}(3, -1, -3)$$

$$\vec{AB}(-1, 4, 6)$$

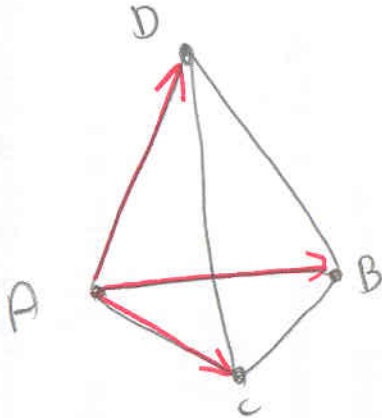
$$\vec{CD} \times \vec{AB} = (6, -15, 11)$$

$$\rightarrow 6x - 15y + 11z + D = 0$$

$$D = -7$$

$$\boxed{6x - 15y + 11z - 7 = 0}$$

(3)

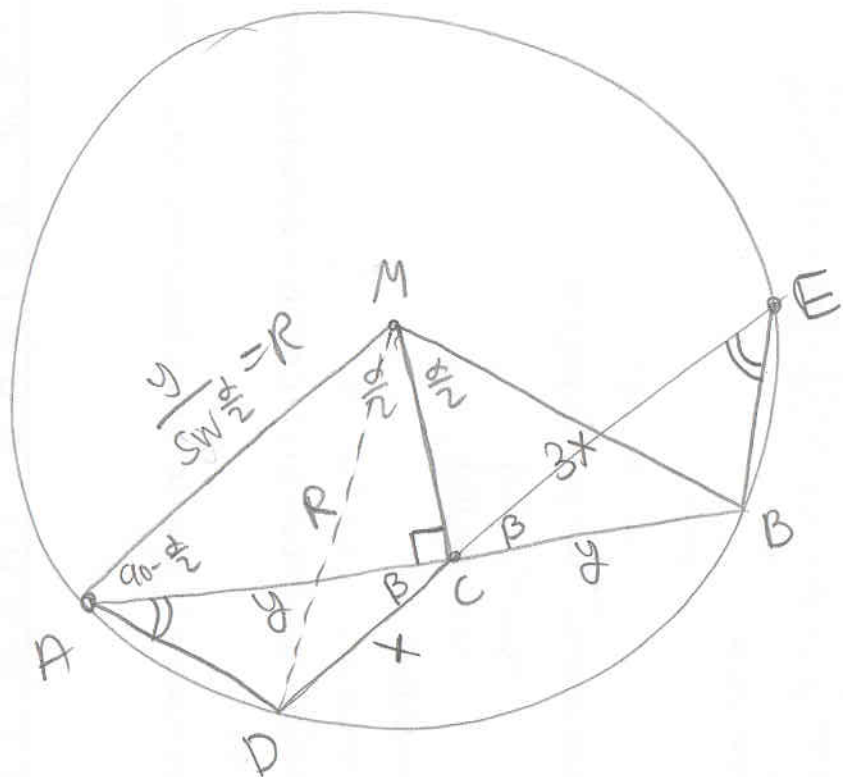


$$\frac{1}{6} \cdot |(\vec{AC} \times \vec{AB}) \cdot (\vec{AD})| =$$

$$\frac{1}{6} \cdot |(-1, 4, 6) \times (-6, 2, 3) \cdot (-3, 1, 0)| = \frac{33}{6} = \frac{11}{2} = \boxed{5.5}$$

278ke

(K)



$$y \cdot y = 3x^2$$

$$y^2 = 3x^2$$

$$y = \sqrt{3}x$$

$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{y}{MC}$$

$$MC = \frac{y}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

ΔMCD :

$$\frac{y^2}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{y^2}{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} + \frac{y^2}{3} - 2 \left(\frac{y}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} \right) \cdot \frac{y}{\sqrt{3}} \cdot \overbrace{\cos(90 + \beta)}^{-\sin \beta}$$

$$\frac{1}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} + \frac{1}{3} + \frac{2 \sin \beta}{\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

$$\left(\frac{1}{\sin^2 \frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{\operatorname{tg}^2 \frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{3} \right) \cdot \frac{\sqrt{3} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{2} = \operatorname{Siw}\beta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} - \frac{1}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} - \frac{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}{3} \right) = \operatorname{Siw}\beta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{\sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} - \frac{\cos \frac{\alpha}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} - \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{3 \cos \frac{\alpha}{2}} \right) = \operatorname{Siw}\beta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3 - 3 \cos^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} \right) = \operatorname{Siw}\beta$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3 \sin^2 \frac{\alpha}{2} - \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{3 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} \right) = \frac{\sqrt{3} \cdot 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}{3 \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \operatorname{Siw}\beta$$

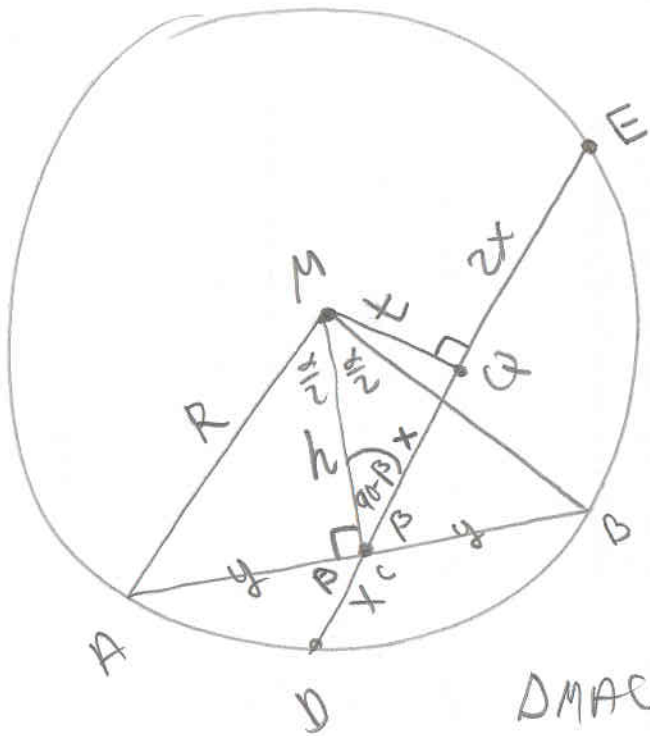
$$\textcircled{2} \quad -1 \leq \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \leq 1$$

$$-\sqrt{3} \leq \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \leq \sqrt{3}$$

$$-60 \leq \frac{\alpha}{2} \leq 60$$

$$0 < \alpha \leq 120$$

$$3x^2 = y^2 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$



24) הצורה הזו היא
משפט פיתגורס

משפטן MQ ⊥ DE

2x = DQ = QE,
 (הנקודה Q היא
 נקודת האמצע של DE)
 (הנקודה M היא
 מרכז המעגל)

$$\begin{cases} DC = x \\ CE = 3x \end{cases} \Rightarrow DE = 4x$$

$$\Delta MAE: \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{y}{h} \Rightarrow h = \frac{y}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

$$\Delta MQC: \cos(90 - \beta) = \frac{x}{h} \Rightarrow \operatorname{swp} = \frac{x}{h} \Rightarrow h = \frac{x}{\operatorname{swp}}$$

$$\frac{y}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{x}{\operatorname{swp}} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{\operatorname{swp}}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \boxed{\operatorname{swp} = \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$$

3 נקודות

(k)

$$(m-1)x + 2(m-3)\sqrt{x} + m - 2 = 0$$

$$(m-1)t^2 + 2(m-3)t + m - 2 = 0$$

$$\sqrt{x} = t$$

: 3 נקודות ישנן פתרונות

: אילו

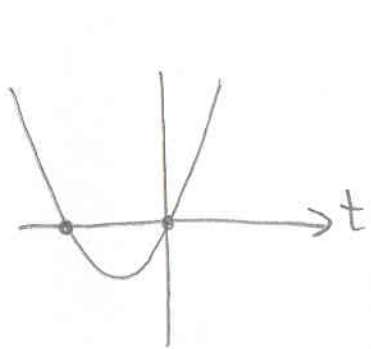
$$m = 1$$

פתרון אחד בלבד.

$$-4t - 1 = 0$$

$$t = -\frac{1}{4}$$

\emptyset



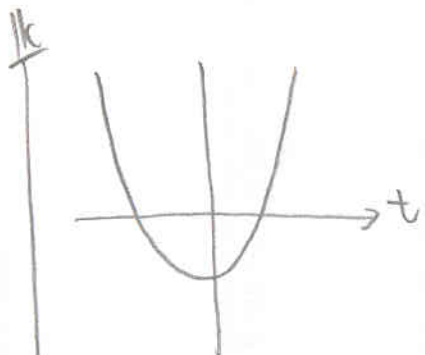
$$\Delta > 0$$

$$\frac{c}{a} = 0$$

$$\frac{-b}{a} < 0$$

\Downarrow

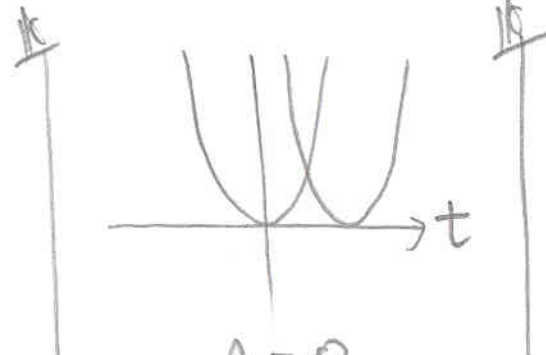
\emptyset



$$\frac{c}{a} < 0$$

\Downarrow

$$1 < m < 2$$



$$\Delta = 0$$

$$x_p \geq 0$$

$$m = \frac{7}{3}$$

378/e
2

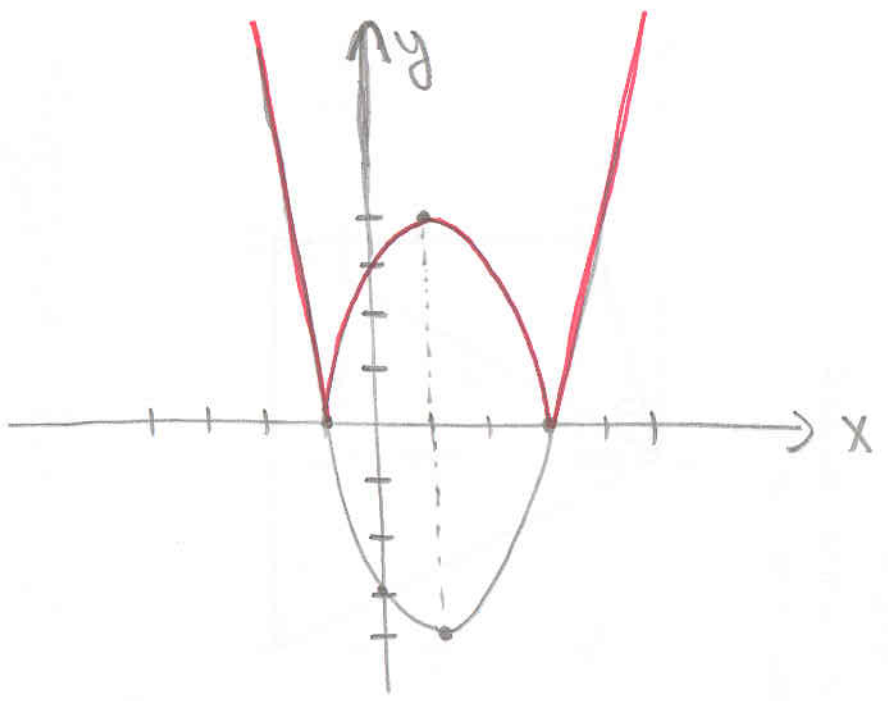
$$|x^2 - 2x - 3| + 2 \leq m$$

$$|x^2 - 2x - 3| \leq m - 2$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$$

$$m - 2 < 0$$

$$m < 2$$



4701e

(k)

$$A_k = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_k$$

$$B_k = a_1 - a_2 + a_3 - \dots + a_k$$

$$C_k = a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_k^2$$

$$= \frac{a_1(q^k - 1)}{q - 1}$$

$$= \frac{a_1(-q)^k - 1}{-q - 1}$$

$$= \frac{a_1^2(q^{2k} - 1)}{q^2 - 1}$$

for N

$$(1) A_k \cdot B_k = \frac{a_1(q^k - 1) \cdot a_1(-q^k - 1)}{-(q - 1)(q + 1)} = \frac{a_1^2(q^k - 1)(q^k + 1)}{(q - 1)(q + 1)} = \frac{a_1^2(q^{2k} - 1)}{q^2 - 1}$$

$$(2) \frac{1}{2} a_1 (A_{2m-1} + B_{2m-1}) = C_m$$

$$\left. \begin{array}{l} a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{2m-1} \\ + a_1 - a_2 + a_3 + a_{2m-1} \end{array} \right\} = 2(a_1 + a_3 + \dots + a_{2m-1})$$

$$\frac{1}{2} \cdot 2a_1(a_1 + a_3 + \dots + a_{2m-1}) = a_1 \left(\frac{a_1(q^{2m} - 1)}{q^2 - 1} \right) = \frac{a_1^2(q^{2m} - 1)}{q^2 - 1} = C_m$$

7

4, 7, 10

$$\frac{n+1}{n} + \frac{n+2}{n+1} + \frac{n+3}{n+2} + \dots + \frac{2n+1}{2n} > n + \frac{1}{n} + \frac{8}{5}$$

✓ ... 7, 10

✓ ... 7, 10

$$\underbrace{\frac{n+2}{n+1} + \frac{n+3}{n+2} + \dots + \frac{2n+1}{2n}}_{\frac{n+2}{n+1}} + \frac{2n+2}{2n+1} + \frac{2n+3}{2n+2} > n+1 + \frac{1}{n+1} + \frac{8}{5}$$

... 8

$$\cancel{n} + \frac{1}{n} + \frac{8}{5} - \frac{n+1}{n} + \frac{2n+2}{2n+1} + \frac{2n+3}{2n+2} > \cancel{n} + 1 + \frac{1}{n+1} + \frac{8}{5}$$

$$\frac{1}{n} - \frac{n+1}{n} + \frac{2n+2}{2n+1} > \frac{n+2}{n+1} - \frac{2n+3}{2(n+1)}$$

$$\frac{2n+1 - (n+1)(2n+1) + n(2n+2)}{n(2n+1)} > \frac{2n+4 - 2n-3}{2(n+1)}$$

$$\frac{\cancel{2n+1} - 2n^2 - n - 2n - 1 + 2n^2 + 2n}{n(2n+1)} > \frac{1}{2(n+1)}$$

$$\frac{n}{n(2n+1)} > \frac{1}{2(n+1)}$$

$$2(n+1) > 2n+1$$

$$2n+2 > 2n+1$$

$$\boxed{2 > 1}$$

2

צד אחרת:

$$\overbrace{\frac{n+1}{n} + \frac{n+2}{n+1} + \frac{n+3}{n+2} + \dots + \frac{2n+1}{2n}}^{\text{n+1 איברים}} > n + \frac{1}{n} + \frac{8}{5}$$

$$\underbrace{\left(1 + \frac{1}{n}\right) + \left(1 + \frac{1}{n+1}\right) + \left(1 + \frac{1}{n+2}\right) + \dots + \left(1 + \frac{1}{2n}\right)}_{\text{n איברים}} > n + \frac{1}{n} + \frac{8}{5}$$

$$\cancel{1} + \cancel{\frac{1}{n}} + \cancel{1} + \cancel{\frac{1}{n}} + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \cancel{n} + \cancel{\frac{1}{n}} + \cancel{1} + \frac{3}{5}$$

$$\frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2} + \dots + \frac{1}{2n} > \frac{3}{5}$$

איבר קטן \rightarrow $\frac{1}{n+2} + \frac{1}{n+3} + \dots + \frac{1}{2n} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} > \frac{3}{5}$

$$\cancel{\frac{3}{5}} - \frac{1}{n+1} + \frac{1}{2n+1} + \frac{1}{2n+2} > \cancel{\frac{3}{5}}$$

$$\frac{1}{2n+1} > \frac{1}{n+1} - \frac{1}{2(n+1)}$$

$$\frac{1}{2n+1} > \frac{2-1}{2(n+1)}$$

$$\frac{1}{2n+1} > \frac{1}{2(n+1)}$$

$$2n+2 > 2n+1$$

$$\boxed{2 > 1} \quad \checkmark$$

5n81e

$$0 \leq x \leq 90$$

$$\sin^4(3x) + \sin^4(45+3x) = \frac{1}{4}$$

$$(\sin^2 3x)^2 + (\sin^2(45+3x))^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1 - \cos 6x}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 - \cos(90+6x)}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\left(\frac{1 - \cos 6x}{2}\right)^2 + \left(\frac{1 + \sin 6x}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{4} [1 - 2\cos 6x + \cos^2 6x + 1 + 2\sin 6x + \sin^2 6x] = \frac{1}{4}$$

$$3 - 2\cos 6x + 2\sin 6x = 1$$

$$2 + 2(\sin 6x - \cos 6x) = 0$$

$$1 + \sin 6x - \cos 6x = 0$$

$$\sin 6x = \cos 6x - 1$$

$$\sin 6x = 1 - 2\sin^2 3x - 1$$

$$2\sin 3x \cos 3x + 2\sin^2 3x = 0$$

$$\sin 3x (\cos 3x + \sin 3x) = 0$$

$$\sin 3x = 0$$

$$3x = \pi k$$

$$x = \frac{\pi k}{3}$$

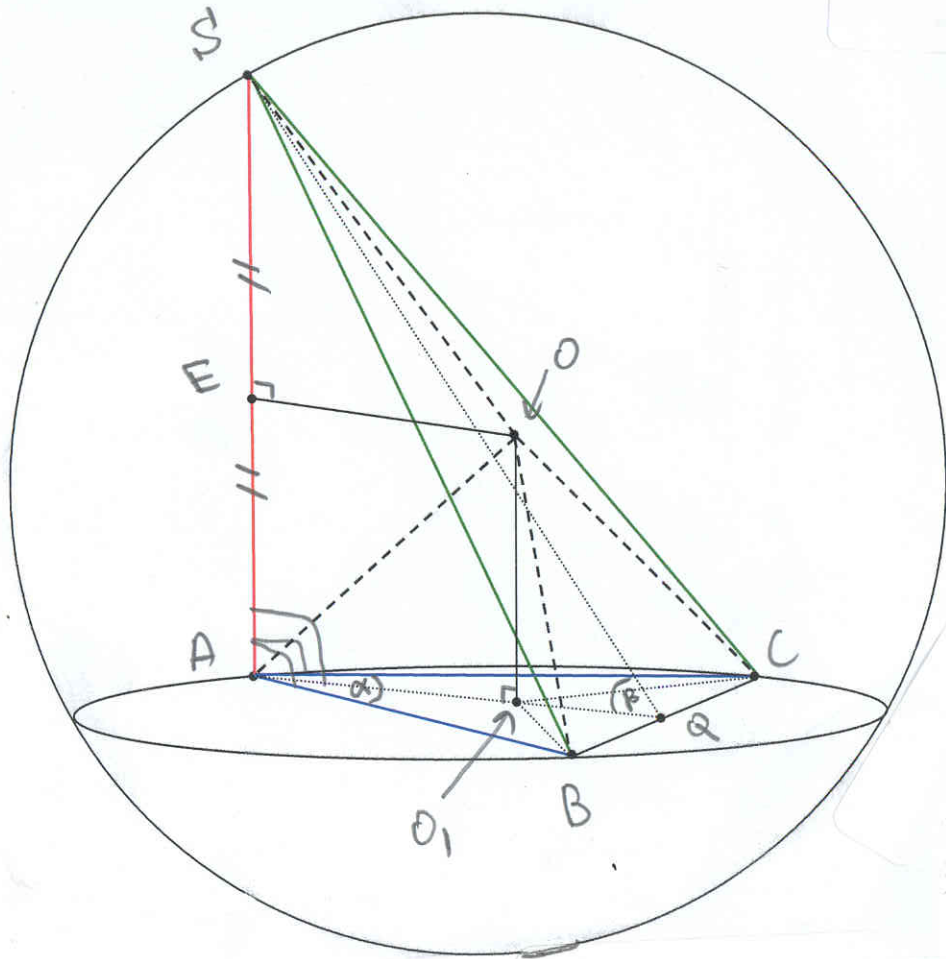
$$\cos 3x = -1$$

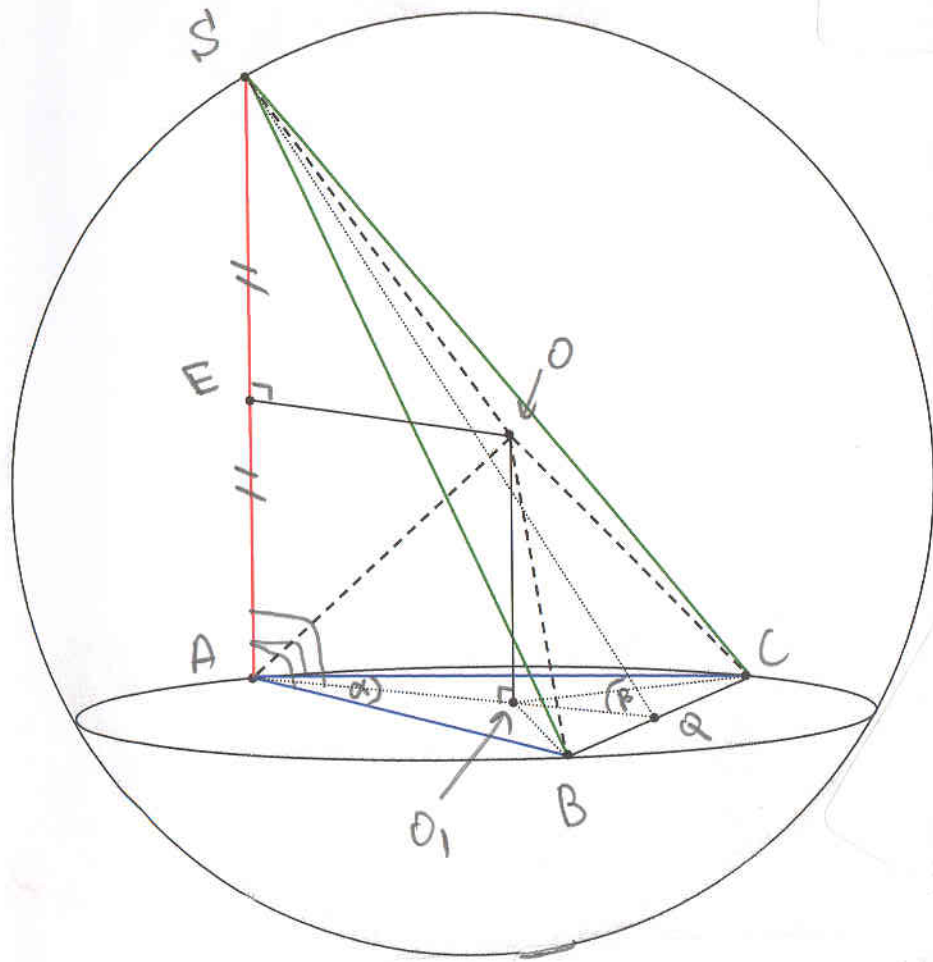
$$3x = \frac{3\pi}{4} + \pi k$$

$$x = \frac{\pi}{4} + \frac{\pi k}{3}$$

$x = 0$
 $x = \frac{\pi}{3}$

$x = \frac{\pi}{4}$





עלולה ב

$$\left. \begin{array}{l} SA \perp AE \\ SA \perp AB \end{array} \right\} \Rightarrow SA \perp AQ \quad (\text{E})$$

$$SA = SA$$

$$AB = AC$$

AS ישר החוצץ בין המשולשים
 $\triangle SAB$ - $\triangle SAC$

נכון עקובה (A) על ישר החוצץ

נראה אף במישור SAB - הוסיף AB

נראה אף במישור SAC הוסיף AC

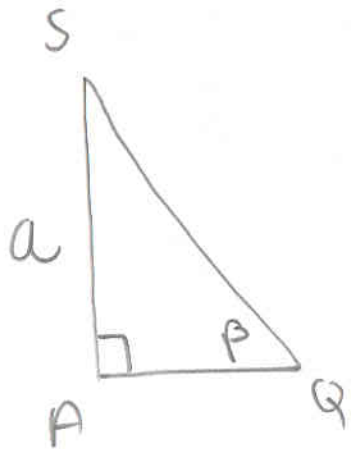
הצורה בין שני האנכים היא הצורה החוצץ כשולל בין

$$\angle BAC = \alpha \Leftrightarrow \text{המשולשים}$$

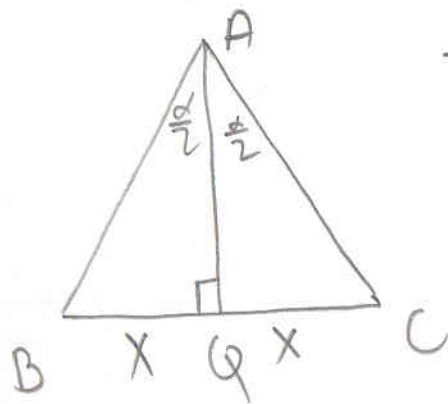
$$BC \text{ חוצץ } \varphi \text{ מ} O, SB = SC \Leftrightarrow \triangle SAB \cong \triangle SAC$$

α - זווית \angle $\triangle SAB$ זווית \angle $\triangle ABC$ זווית \angle $\triangle SAB$
 β - זווית \angle $\triangle ABC$ זווית \angle $\triangle ABC$ זווית \angle $\triangle ABC$
 $\neq \angle QAB = \beta$ זווית \angle $\triangle ABC$

(2)



$$\operatorname{tg} \beta = \frac{a}{AQ} \Rightarrow AQ = a \cot \beta$$



$$\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} = \frac{x}{a \cot \beta} \Rightarrow x = a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cot \beta$$

$$\frac{2x}{\sin \alpha} = 2R \Rightarrow \boxed{\frac{a \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \cot \beta}{\sin \alpha} = R}$$

$$\frac{a \sin \frac{\alpha}{2} \cot \beta}{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}} = \boxed{\frac{a \cot \beta}{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}} = R}$$

② נוסמן O מרכז הוקולר $\Leftarrow O, S = OA = OB = OC = R$

שטן $SE = EA = \frac{a}{2}$

$\Delta SOA \text{ שט"ל} \Rightarrow OE \perp SA$

סדומה ישרה $\triangle ABC$

מחבט N \Downarrow יורד למרכז המסה G

$\triangle ABC$ שחלקם אל \rightarrow

\Downarrow

$OO_1 \perp AO_1$

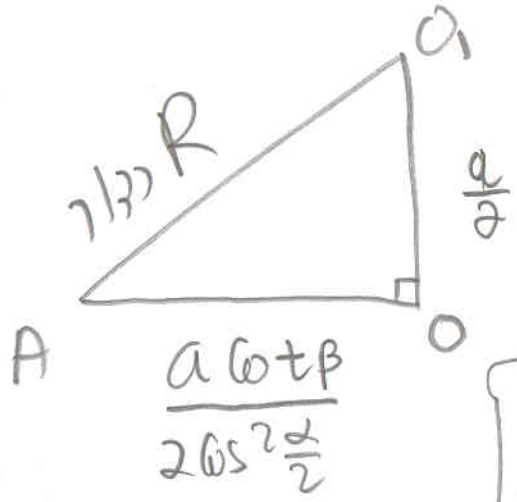
מחבט AO_1 שחלקם אל OO_1
 כלומר $OO_1 \perp AO_1$ הוא
 מחבט

(O_1 נמצא על AE הוא המרכז S .)

3

$\triangle ABC$ כוונתה $H = \frac{a}{2}$

שטח $\triangle ABC$



$$R = \frac{a}{2} \sqrt{1 + \frac{\cot^2 \beta}{\cos^2 \frac{\alpha}{2}}}$$

7, 10e

$$y = \frac{ax^2 + 4x + 1}{x^2 + 1}$$

$$y = a$$

$$x \rightarrow \infty \quad y = 1$$

$$a = 1$$

$$a = 4 \quad y = \frac{4x^2 + 4x + 1}{x^2 + 1} = \frac{(2x+1)^2}{x^2+1}$$

$$x \rightarrow \infty$$

$$\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$$

$$(0, 1)$$

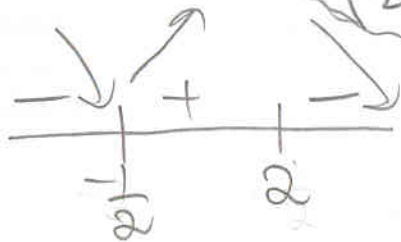
$$y' = \frac{(8x+4)(x^2+1) - 2x(4x^2+4x+1)}{(x^2+1)^2} = 0$$

$$8x^3 + 8x + 4x^2 + 4 - 8x^3 - 8x^2 - 2x$$

$$-4x^2 + 6x + 4 = 0$$

$$-2x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\text{Min} \left(-\frac{1}{2}, 0\right) \quad \text{Max} (2, 5)$$



$\frac{1}{2} < x < 2$ חיובי
 $x > 2$ שלילי
 $x < -\frac{1}{2}$ שלילי

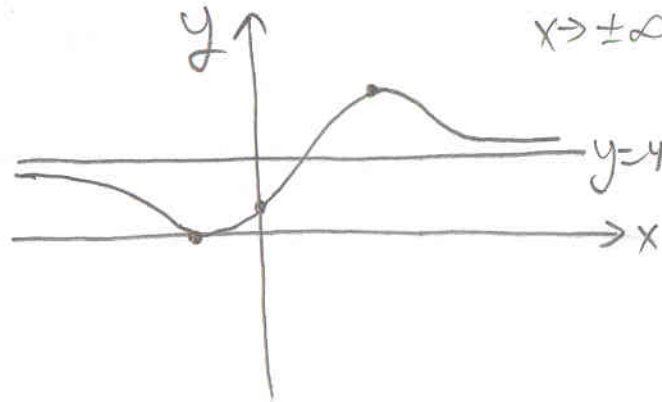
הערות נוספות

$$y = 4$$

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} \frac{4x^2 + 4x + 1}{x^2 + 1} =$$

$x \rightarrow \pm \infty$

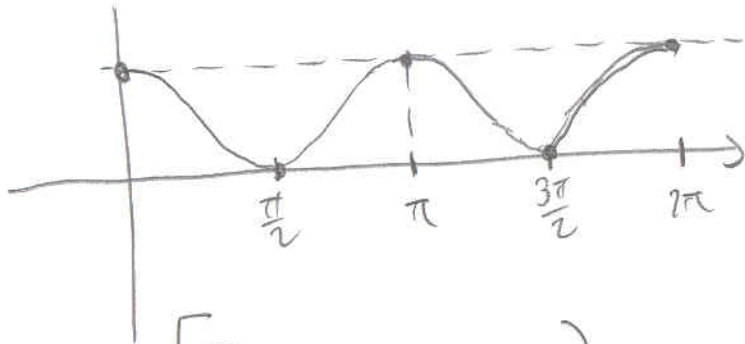
$$\frac{8x+4}{2x} = \frac{8}{2} = 4$$



②

$$y = \left| \sin\left(\frac{\pi}{3} + x\right) + \cos\left(\frac{\pi}{6} + x\right) \right| \quad 0 \leq x \leq 2\pi$$

$$y = \left| \sin\frac{\pi}{3} \cos x + \cos\frac{\pi}{3} \sin x + \cos\frac{\pi}{6} \cos x - \sin\frac{\pi}{6} \sin x \right| = \left| \sqrt{3} \cos x \right| = \sqrt{3} |\cos x|$$



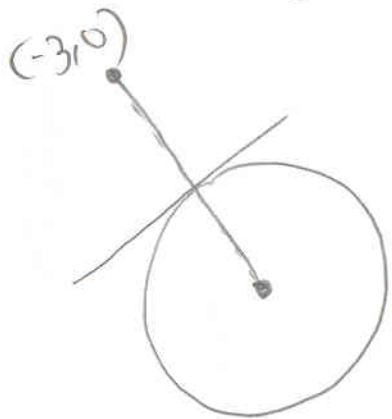
$$4 \cdot \sqrt{3} \left[\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx \right] = 4\sqrt{3} \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \textcircled{4\sqrt{3}}$$

$\frac{8 \sqrt{5}}{k}$

(k)

$$x^2 + 10x + y^2 - 2y + 6 = 0$$

$$(x+5)^2 + (y-1)^2 = 20 \quad (-5, 1)$$



$$\sqrt{(-3+5)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{5}$$

$$\sqrt{20} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5} - \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$(p) \quad \frac{p(x)}{(x^2-1)^2} = R(x) + \frac{1}{(x^2-1)^2}$$

$$p(x) = x^5 + ax^3 + bx^2 + cx + d$$

$$p'(x) = 5x^4 + 3ax^2 + 2bx + c$$

$$p(1) = 1 \Rightarrow 1 + a + b + c + d = 1$$

$$p(-1) = 1 \Rightarrow -1 - a + b - c + d = 1$$

$$p'(1) = 0 \Rightarrow 5 + 3a + 2b + c = 0$$

$$p'(-1) = 0 \Rightarrow 5 + 3a - 2b + c = 0$$

$$2b + 2d = 2 \Rightarrow \boxed{d=1}$$

$$\Rightarrow \boxed{b=0}$$

$$3a + c = -5$$

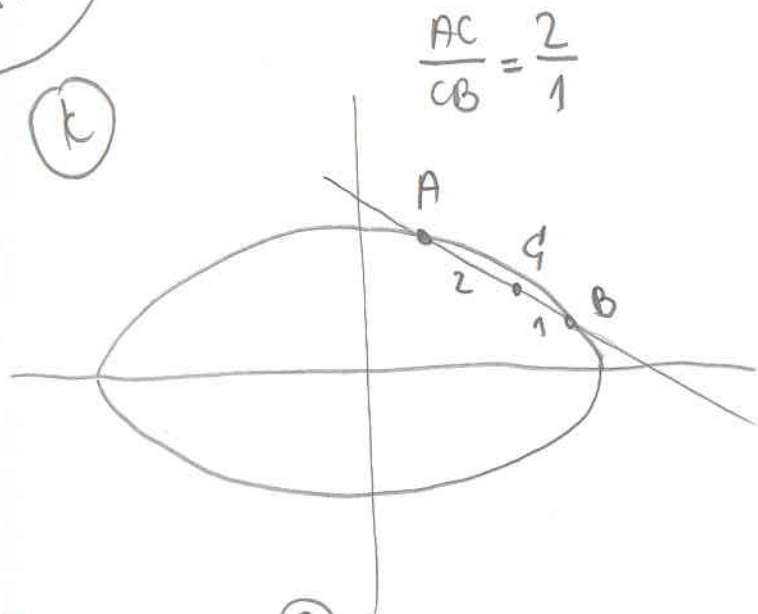
$$a + c = -1$$

$$\boxed{a=-2}$$

$$\boxed{c=1}$$

gabrie

(k)



$$\frac{AC}{CB} = \frac{2}{1}$$

$$\begin{cases} x + 2y = 7 & x = 7 - 2y \\ x^2 + 4y^2 = 25 \end{cases}$$

$$(7 - 2y)^2 + 4y^2 = 25$$

$$49 - 28y + 4y^2 + 4y^2 = 25$$

$$8y^2 - 28y + 24 = 0$$

$$2y^2 - 7y + 6 = 0$$

$$2y^2 - 4y - 3y + 6 = 0$$

$$2y(y - 2) - 3(y - 2) = 0$$

$$(y - 2)(2y - 3) = 0$$

(A)
 $y = 2$
 $x = 3$

$(3, 2)$

(B)
 $y = \frac{3}{2}$
 $x = 4$

$(4, 1.5)$

$$C \left(\frac{2 \cdot 4 + 1 \cdot 3}{3}, \frac{2 \cdot 1.5 + 1 \cdot 2}{3} \right)$$

$$C \left(\frac{11}{3}, \frac{5}{3} \right)$$

7

8 מקומות

3 נס'ים
22222

5 סה"כ

$$1) \sqrt[5]{8} = \underline{6720}$$

$$2) \sqrt[5]{8} - \sqrt[4]{7} \cdot 21 = \underline{5040}$$

